

## MIȘCAREA PARTICULELOR ÎNCĂRCATE ÎN CÂMPURI ELECTRICE ȘI MAGNETICE

În acest capitol vom face o trecere în revistă a interacțiunilor dintre particulele purtătoare de sarcină electrică în exces și câmpurile electrice și magnetice. Prezentarea va fi făcută doar din perspectiva proceselor care se petrec într-un gaz ionizat, fără pretenția de a acoperi totalitatea fenomenelor care au loc în cazul interacțiunilor sarcină-câmp. De asemenea, vom trata doar interacțiunea particulă individuală-câmp, neglijând interacțiunile electrice dintre particulele încărcate. Dintre cele două variante posibile: tratarea cazului cel mai general și particularizarea concluziilor pentru cazuri mai simple sau tratarea cazurilor simple și generalizarea rezultatelor, am ales varianta a doua deoarece convingerea autorului este aceea că fizica poate fi înțeleasă mai ușor dacă lucrurile sunt prezentate de la simplu spre complex.

În toată tratarea ce urmează ne vom referi la o particulă de masă  $m$ , încărcată cu sarcina electrică  $e$ , fără a specifică natura ei decât atunci când este necesar. Concluziile sunt valabile atât pentru electroni cât și pentru ionii pozitivi sau negativi.

### 3.1 Mișcarea în câmp electric static

Presupunând că particula intră cu viteza  $\vec{v}_o$  într-un câmp electric static  $\vec{E}_o$ , atunci, pornind de la ecuația de mișcare:

$$m \frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2} = e \vec{E}_o \quad (3.1)$$

se poate afirma că între două ciocniri particula va avea o *mișcare rectilinie uniform accelerată*, viteza ei fiind descrisă de ecuația:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_o + \frac{e \vec{E}_o}{m} t \quad (3.2)$$

Din punct de vedere al stării de plasmă, aceasta este *mișcarea electronilor primari în spațiul căderii normale de tensiune catodică*, spațiu în care ei sunt accelerați ( $\vec{a}_e = e \vec{E}_o / m_e$ ) până la energii cinetice suficient de mari pentru a fi capabili ca prin ciocniri neelastice cu atomii sau moleculele gazului să producă ionizarea acestora și să inițieze mecanismul de formare a plasmei.

### 3.2 Mișcarea în câmp electric alternativ (sinusoidal)

Mecanismul străpungerii unui anumit gaz supus unei diferențe de potențial alternativ este funcție de frecvența câmpului aplicat și de presiunea gazului. Principalele particule răspunzătoare de acest fenomen sunt electronii care, absorbind energie de la câmpul electric alternativ, determină, prin cedarea acesteia în urma ciocnirilor, ionizarea atomilor sau moleculelor neutre și crearea de noi purtători de sarcină.

Procesul absorbției energiei de la un câmp electric alternativ de către o particulă încărcată cu sarcină electrică se deosebește de cel de absorbție de energie de la un câmp continuu tocmai datorită schimbării periodice a polarității acestuia.

Într-un câmp electric alternativ descris de ecuația  $\vec{E} = \vec{E}_o \sin \omega t$ , soluțiile ecuației de mișcare:

$$m \frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2} = e \vec{E}_o \sin \omega t \quad (3.3)$$

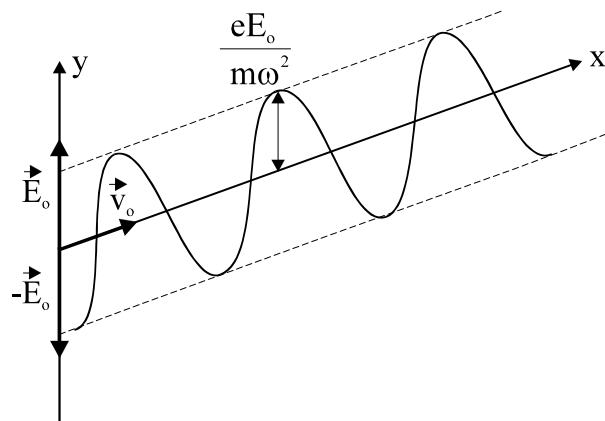
sunt:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_o - \frac{e \vec{E}_o}{m \omega} \cos \omega t \quad (3.4)$$

și

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_o + \vec{v}_o t - \frac{e \vec{E}_o}{m \omega^2} \sin \omega t \quad (3.5)$$

Ecuația (3.5) ne spune că mișcarea particulei este rezultatul compunerii a două mișcări: o mișcare rectilinie uniformă cu viteza pe care o avea la intrarea în câmp ( $\vec{v}_o$ ) și o mișcare oscilatorie armonică cu amplitudinea  $\frac{e E_o}{m \omega^2}$  și cu frecvența câmpului electric care-i determină această mișcare (Fig.3.1).



**Fig.3.1** – Mișcarea unei particule încărcate în câmp electric alternativ.

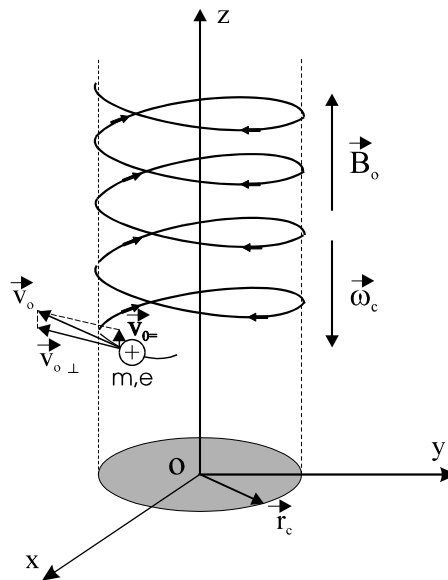
Comparând legea de variație a vitezei (3.4) cu legea de variație a câmpului electric, se poate observa că între cele două mărimi este un defazaj de  $90^\circ$ . Din

punct de vedere fizic aceasta înseamnă că particula este mai întâi accelerată de către câmp, pentru ca, la schimbarea polarității acestuia, să-i cedeze înapoi energia câștigată. Această afirmație calitativă poate fi verificată calculând viteza medie a particulei:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{v}(t) dt = \frac{\vec{v}_0}{T} \int_0^T dt - \frac{e\vec{E}_0}{m\omega} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \cos \omega t \cdot dt = \vec{v}_0 \quad (3.6)$$

Concluzia pe care o putem trage este extrem de simplă dar și sugestivă: *într-un câmp electric alternativ, dacă nu există ciocniri, particula încărcată nu câștigă (în medie) energie de la acesta.* Energia câștigată de particulă în semialternanța câmpului în care ea este accelerată este cedată acestuia în semialternanța imediat următoare. Este evident că practic nu este posibilă o mișcare fără ciocniri. Dar, se poate aproxima că într-un gaz în care drumul liber mediu al particulei este mult mai mare decât amplitudinea oscilației ei, lucrurile se petrec conform concluziei desprinse din ecuația (3.6). Este cazul plasmelor de joasă presiune întreținute în câmpuri de radiofrecvență.

### 3.3 Câmp magnetic static și omogen



**Fig.3.2** – Particulă încărcată în câmp magnetic static și omogen.

Ecuția de mișcare a particulei într-un câmp magnetic static și omogen este:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = e(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (3.7)$$

Presupunând că într-un sistem rectangular de coordonate câmpul magnetic  $\vec{B}_0$  este orientat în lungul axei Oz, ecuația vectorială (3.7) poate fi descompusă în

două ecuații: una pe direcția câmpului (paralelă) și una pe o direcție perpendiculară pe câmp (în planul xOy, Fig.3.2):

$$m \frac{d\vec{v}_{\parallel}}{dt} = e \cdot (\vec{v}_{\perp} \times \vec{B}_o) \quad (3.8)$$

$$m \frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = e \cdot (\vec{v}_{\perp} \times \vec{B}_o) \quad (3.9)$$

Deoarece produsul vectorial  $\vec{v}_{\perp} \times \vec{B}_o$  este nul, accelerația particulei pe direcția câmpului magnetic va fi și ea nulă, ceea ce înseamnă că pe această direcție particula va avea o mișcare rectilinie uniformă cu viteza  $\vec{v}_{\parallel} = \vec{v}_{o\parallel}$ . Ecuația (3.9) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = \vec{a}_c = \vec{\omega}_c \times \vec{v}_{\perp} \quad (3.10)$$

în care  $\vec{a}_c$  este accelerația particulei pe direcția perpendiculară pe câmp. Deoarece ea este perpendiculară și pe vectorul viteză în planul xOy, acesta nu-și va modifica modulul ci numai direcția. Drept urmare, în acest plan mișcarea particulei va fi una circulară uniformă cu pulsația de rotație  $\vec{\omega}_c = -\frac{e\vec{B}_o}{m}$ , numită și pulsație ciclotronică.

Integrând ecuația (3.10) se obține:

$$\vec{v}_{\perp} = \vec{\omega}_c \times \vec{r}_c \quad (3.11)$$

în care  $\vec{r}_c$  este raza cercului (raza ciclotronică) care reprezintă traiectoria particulei în planul xOy. Deoarece vectorii  $\vec{\omega}_c$  și  $\vec{r}_c$  sunt reciproc perpendiculari, expresia razei ciclotronice poate fi scrisă:

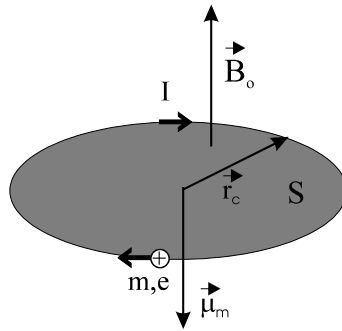
$$r_c = \frac{mv_{o\perp}}{eB_o} \quad (3.12)$$

Așadar, particula va avea o mișcare elicoidală în jurul lui  $\vec{B}_o$ , cu perioada de rotație:

$$T_c = \frac{2\pi}{\omega_c} = \frac{2\pi m}{eB_o} \quad (3.13)$$

și cu pasul elicoidei:

$$h = v_{o\parallel} T_c = \frac{2\pi m v_{o\parallel}}{eB_o} \quad (3.14)$$



**Fig. 3.3** – Momentul magnetic al particulei încărcate.

Mișcării de rotație a particulei  $i$  se poate asocia un curent electric cu intensitatea:

$$I = v_c e = \frac{\omega_c}{2\pi} e = \frac{e^2 B_0}{2\pi m} \quad (3.15)$$

căruia îi corespunde un moment magnetic:

$$\mu_m = I \cdot S = I \cdot \pi r_c^2 = \frac{m v_{o\perp}^2}{2} \cdot \frac{1}{B_0} \quad (3.16)$$

Dar, factorul  $\frac{m v_{o\perp}^2}{2}$  reprezintă energia cinetică asociată mișcării circulare în planul perpendicular pe câmpul magnetic, pe care o notăm cu  $W_{\perp}$ . Ținând seama de faptul că sensul câmpului magnetic generat de curentul  $I$  este contrar sensului câmpului magnetic exterior, expresia momentului magnetic se poate scrie sub forma vectorială:

$$\vec{\mu}_m = -\frac{W_{\perp}}{B_0^2} \vec{B}_0 \quad (3.17)$$

Dacă  $n$  este densitatea de particule încărcate din plasmă, expresia magnetizării plasmelor (care este momentul magnetic al unității de volum) va fi:

$$\vec{M} = -n \frac{W_{\perp}}{B_0^2} \vec{B}_0 \quad (3.18)$$

Deoarece vectorii  $\vec{M}$  și  $\vec{B}_0$  sunt antiparaleli, se poate afirma că **plasma are proprietăți diamagnetice**. Totodată, deoarece  $v_{o\perp}$  este o mărime constantă ca modul, rezultă că și momentul magnetic asociat particulei va fi constant în timp. Așadar, *momentul magnetic al unei particule care se deplasează într-un câmp magnetic static și omogen este constant*. Deoarece și raza traiectoriei circulare,  $r_c$ , este constantă, înseamnă că și fluxul magnetic printr-o spiră Larmor va fi constant:

$$\Phi_m = \pi r_c^2 B_o = \pi \cdot \frac{m^2 v_o^2}{e^2 B_o^2} \cdot B_o = \frac{2\pi m}{e^2} \cdot \mu_m \quad (3.19)$$

### 3.3 Câmp magnetic static cu mici variații spațiale

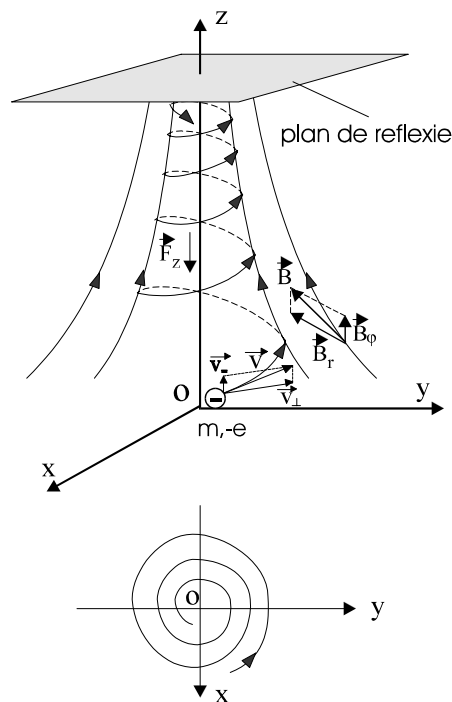
Să considerăm un electron care intră într-o configurație de câmp magnetic  $\vec{B}$  care prezintă mici variații numai după coordonatele cilindrice  $z$  și  $r$  (Fig.3.4). De asemenea, presupunem că în timpul efectuării unei rotații intensitatea sa nu se modifică ( $\frac{\partial B}{\partial \varphi} = 0$ ).

Considerăm ecuația lui Maxwell,  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ , în coordonate cilindrice:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad (3.20)$$

care, în virtutea presupunerilor făcute, devine:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_r) + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad (3.21)$$



**Fig.3.4** – Particulă încărcată în câmp magnetic static cu mici variații spațiale.

Avînd în vedere faptul că mișcarea va avea loc pe o traiectorie curbilinie și presupunînd că variația câmpului magnetic pe direcția  $z$  este constantă în timpul

unei rotații ( $\frac{\partial B_z}{\partial z} = \text{const.} = \frac{dB_z}{dz}$ ), ecuația (3.21) se poate integra între limitele 0 și  $r_c$ :

$$\int_0^{r_c} \frac{\partial}{\partial r}(rB_r) \cdot dr + \frac{dB_z}{dz} \int_0^{r_c} r \cdot dr = 0 \quad (3.22)$$

obținându-se următoarea expresie pentru componenta radială  $B_r$  a câmpului magnetic:

$$B_r = -\frac{1}{2} r_c \frac{dB_z}{dz} \quad (3.23)$$

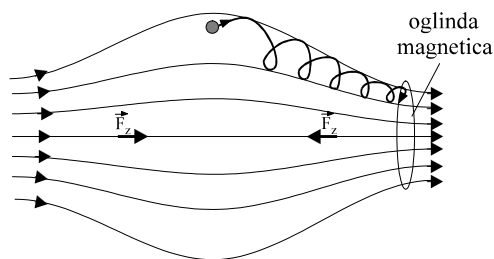
Datorită acestei componente a câmpului magnetic (aflată în planul xOy), asupra electronului va acționa o forță Lorentz în direcția Oz:

$$\vec{F}_z = -e(\vec{v}_\perp \times \vec{B}_r) \quad (3.24)$$

Ținând seama de expresiile (3.12), (3.16) și (3.23) se obține pentru această forță următoarea expresie:

$$F_z = -\frac{1}{B_z} \cdot \frac{mv_\perp^2}{2} \cdot \frac{dB_z}{dz} = -\mu_m \cdot \frac{dB_z}{dz} \quad (3.25)$$

Semnul “-” arată că forța  $F_z$  are semn opus variației  $dB_z/dz$  a câmpului magnetic, adică *este orientată întotdeauna spre câmpuri mai slabe*. Această forță frânează electronul în mișcarea sa pe direcția Oz și este posibil ca la un moment dat să devină atât de mare încât să-l determine pe acesta să-și schimbe direcția mișcării și să se întoarcă înapoi spre câmpuri magnetice mai slabe. Fenomenul se petrece ca și cum planul în care orbitează particula este reflectat, schimbându-și sensul de deplasare. De aceea, o astfel de configurație de câmp magnetic poartă denumirea de **oglină magnetică** sau **dop magnetic** (Fig.3.5). Oglizile magnetice sunt folosite pentru realizarea capcanelor magnetice și mărirea temperaturii plasmei, aspecte despre care vom vorbi ceva mai târziu.



**Fig.3.5** – Oglinda magnetică.

Forța  $F_z$  efectuează un lucru mecanic asupra particulei, determinând variația energiei cinetice corespunzătoare mișcării pe direcția Oz a acesteia:

$$\frac{dW_{\parallel}}{dz} = F_z = -\mu_m \cdot \frac{dB_z}{dz} \quad (3.26)$$

Pe de altă parte, fiind vorba despre un câmp magnetic static, energia cinetică totală a particulei se conservă ( $W = W_{\parallel} + W_{\perp} = \text{const.}$ ), ceea ce înseamnă că o micșorare a vitezei de translație va fi compensată de o mărire a vitezei de rotație și invers, adică:

$$\frac{dW_{\perp}}{dz} = -\frac{dW_{\parallel}}{dz} = \mu_m \cdot \frac{dB_z}{dz} \quad (3.27)$$

Ținând seama de expresia lui  $\mu_m$ , se poate scrie ecuația:

$$\frac{1}{W_{\perp}} \cdot \frac{dW_{\perp}}{dz} = \frac{1}{B_z} \cdot \frac{dB_z}{dz} \quad (3.28)$$

care, după integrare, devine:

$$\ln \frac{W_{\perp}}{B_z} = \text{const.} \quad (3.29)$$

ceea ce înseamnă de fapt *conservarea momentului magnetic*:

$$\mu_m = \frac{W_{\perp}}{B_z} = \text{const.} \quad (3.30)$$

Cu alte cuvinte, se poate afirma că în câmpuri magnetice statice și lent variabile spațial momentul magnetic al unei spire Larmor se comportă ca un invariant al mișcării după axa Oz. Invarianța momentului magnetic atrage după sine *invarianța fluxului magnetic printr-o spiră Larmor*:

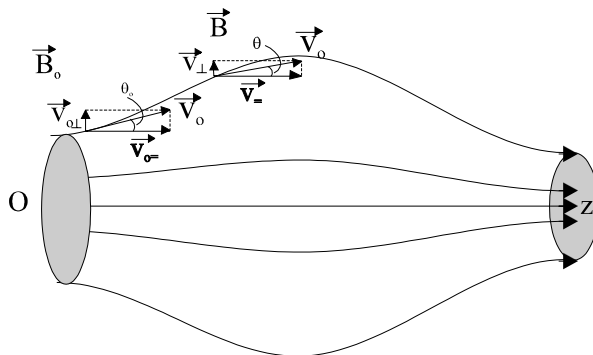
$$\Phi_m = \frac{2\pi m}{e^2} \cdot \mu_m = \text{const.} \quad (3.31)$$

O pereche de două oglinzi magnetice, așa cum este cea prezentată în Fig.3.6, poartă denumirea de **capcană magnetică**. Particulele încărcate, accelerate în prealabil la energii mari, pot fi introduse în capcana magnetică unde vor participa la procesele caracteristice plasmei, contribuind la creșterea gradului de ionizare și temperaturii plasmei. Ele pot fi menținute în interiorul unei astfel de configurații de linii de câmp magnetic, reflectându-se succesiv pe cele două oglinzi. Plasma va fi menținută într-un spațiu limitat, câmpul magnetic putând fi configurat astfel încât aceasta să nu vină în contact cu pereții incintei de descărcare. Acest lucru este foarte important în instalațiile termonucleare în care temperaturile extrem de mari ar putea determina distrugerea acestora.

Este important să știm cum trebuie introdusă particula încărcată într-o capcană magnetică și cât de mare trebuie să fie câmpul magnetic în zona oglinzilor pentru ca aceasta, odată introdusă în capcană, să nu o mai părăsească. Din relația



(3.25) se vede că în lungul axei Oz, unde  $dB_z/dz = 0$ , forța  $F_z$  este nulă, ceea ce înseamnă că o particulă care intră pe direcția ei, dacă nu-și va schimba direcția de mișcare prin ciocniri, va părăsi capcana magnetică.



**Fig.3.6** – Capcana magnetică.

Să considerăm o particulă care intră într-o capcană magnetică cu viteza  $\vec{v}_o$ , sub un unghi  $\theta_o$  față de direcția Oz (Fig3.6). În zona de intrare, câmpul magnetic are intensitatea  $\vec{B}_o$ . În punctul de intrare, momentul magnetic al particulei va fi:

$$\mu_{m_o} = \frac{1}{B_o} \cdot \frac{mv_o^2 \sin^2 \theta_o}{2} \quad (3.32)$$

Într-un punct oarecare de pe traiectoria sa, în care intensitatea câmpului magnetic este  $\vec{B}$ , viteza va fi orientată cu unghiul  $\theta$  față de axa Oz, dar va rămâne constantă în modul. Momentul magnetic al particulei va fi:

$$\mu_m = \frac{1}{B} \cdot \frac{mv_o^2 \sin^2 \theta}{2} \quad (3.33)$$

Momentul magnetic conservându-se, din egalitatea ultimelor două relații rezultă pentru unghiul  $\theta$  expresia:

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{B}{B_o}} \sin \theta_o \quad (3.34)$$

Condiția minimă de reflexie a particulei pe o oglindă magnetică este  $\theta = \pi/2$ . Astfel, din relația (3.34) poate fi determinată mărimea pe care trebuie să o aibă câmpul magnetic în zona oglinzii, pentru ca reflexia să poată avea loc:

$$B_{\max} = \frac{B_o}{\sin^2 \theta_o} \quad (3.35)$$

sau, dacă se cunosc  $B_o$  și  $B_{\max}$ , se poate determina unghiul minim sub care trebuie introdusă particula în capcană pentru ca ea să nu o mai poată părăsi:

$$\theta_{o\min} = \arcsin \sqrt{\frac{B_o}{B_{\max}}} \quad (3.36)$$

Este evident că direcția de mișcare a particulei poate fi modificată prin ciocniri, astfel încât este posibil ca o particulă care intră în capcană sub un unghi mai mare decât  $\theta_{o\min}$  să scape din ea, după cum este posibil ca o particulă care intră sub un unghi mai mic decât  $\theta_{o\min}$  să fie reflectată de câmpul magnetic.

Ca o concluzie generală, se poate afirma că *în câmpurile magnetice statice cu mici variații spațiale, o particulă ionizată este accelerată pe direcția orbitală atunci când pătrunde în câmpuri mai intense și pe direcția longitudinală atunci când se îndreaptă spre câmpuri magnetice mai slabe.*

### 3.4 Câmp magnetic omogen cu mici variații în timp

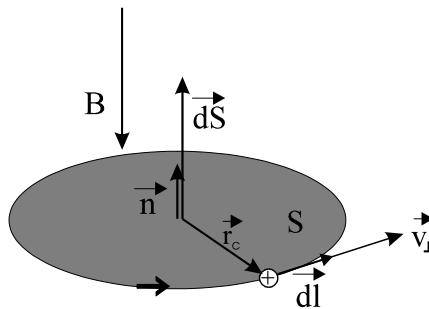
Să considerăm acum că particula se deplasează într-un câmp magnetic omogen care variază foarte puțin în timpul unei perioade de rotație  $T_c$  a particulei. Pornind de la relația de definiție a momentului magnetic, variația în timp a acestuia va fi:

$$\frac{d\mu_m}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{W_{\perp}}{B} \right) = \frac{1}{B} \cdot \frac{dW_{\perp}}{dt} - \frac{W_{\perp}}{B^2} \cdot \frac{dB}{dt} \quad (3.37)$$

Presupunând cunoscută variația în timp a câmpului magnetic și considerând-o lent variabilă în timp, putem scrie că variația energiei asociate mișcării pe o direcție perpendiculară pe câmpul magnetic este egală cu variația ei

într-o perioadă a mișcării de rotație:  $\frac{dW_{\perp}}{dt} = \frac{\Delta W_{\perp}}{T_c}$ . Astfel, relația (3.37) devine:

$$\frac{d\mu_m}{dt} = \frac{1}{B} \cdot \frac{\Delta W_{\perp}}{T_c} - \frac{W_{\perp}}{B^2} \cdot \frac{dB}{dt} \quad (3.38)$$



**Fig.3.7** – Particulă în câmp magnetic lent variabil în timp.

Considerând închisă traiectoria pe care se deplasează sarcina și aplicând teorema variației energiei cinetice, se poate scrie:

$$\Delta W_{\perp} = \oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = \oint e(\vec{E} + \vec{v}_{\perp} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = e \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} + e \oint (\vec{v}_{\perp} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (3.39)$$

Deoarece vectorul rezultat al produsului vectorial  $\vec{v}_{\perp} \times \vec{B}$  este perpendicular pe vectorul  $d\vec{l}$  (Fig.3.7), ultima integrală din relația (3.39) este nulă. Aplicând teorema lui Stokes, transformând integrala de linie în una de suprafață și ținând seama de ecuația lui Maxwell  $\nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$ , vom obține:

$$\Delta W_{\perp} = e \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = e \int_{(S)} (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{S} = -e \frac{d\vec{B}}{dt} \int_{(S)} d\vec{S} \quad (3.40)$$

Dacă traiectoria este una circulară, cu raza  $r_c$ , ținând seama de faptul că normala la suprafață și vectorul  $\vec{B}$  sunt antiparaleli (Fig.3.7), va rezulta:

$$\Delta W_{\perp} = -e \frac{d\vec{B}}{dt} \pi r_c^2 \vec{n} = \pi r_c^2 e \frac{dB}{dt} \quad (3.41)$$

Având în vedere expresiile lui  $r_c$  (3.12) și  $T_c$  (3.13), relația (3.41) devine:

$$\Delta W_{\perp} = \frac{T_c W_{\perp}}{B} \cdot \frac{dB}{dt} \quad (3.42)$$

care, înlocuită în relația (3.38), va da:

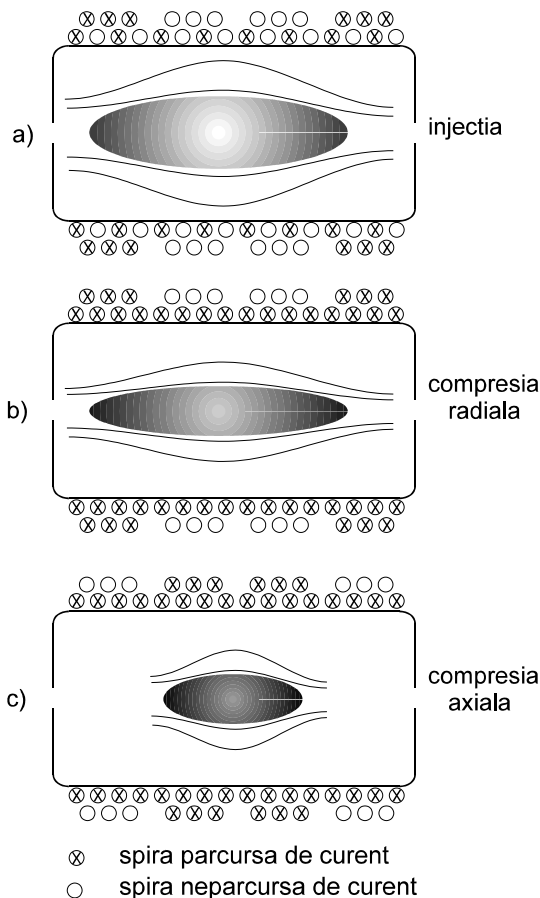
$$\frac{d\mu_m}{dt} = 0 \quad (3.43)$$

ceea ce înseamnă că în câmpuri magnetice omogene, lent variabile în timp, momentul magnetic al particulei încărcate este un invariant adiabatic ( $\mu_m = \text{const.}$ ). În această situație și fluxul magnetic printr-o spiră Larmor este constant. Astfel, dacă inducția câmpului magnetic crește, raza de girație se va micșora și invers.

Rezultatele prezentate în paragrafele 3.3 și 3.4 își găsesc aplicația în procesul de încălzire a plasmelor. Fermi și Alfvén au denumit acest mecanism “*compresie adiabatică*” sau “*pompaj magnetic*”.

Încălzirea plasmei prin compresie adiabatică are loc în trei etape prezentate în Fig.3.8. Câmpul magnetic necesar realizării capcanei magnetice este obținut cu ajutorul mai multor bobine care pot fi activate independent în diferite momente de timp, astfel încât geometria liniilor de câmp să poată fi modificată. Spirele marcate cu “×” sunt active la un moment dat. La începutul procesului, plasma este introdusă în capcană prin dopul din stânga sub un astfel de unghi încât să nu poată ieși prin dopul din dreapta (Fig.3.8a) Aceasta este etapa de *injecție*. Simultan cu injecția este crescută intensitatea câmpului magnetic pe toată lungimea capcanei, astfel încât va avea loc o *compresie radială* (Fig.3.8b). Drept consecință, crește atât energia cinetică asociată mișcării transversale, cât și

concentrația și temperatura corespunzătoare ei (*mecanism Alfvén*). A treia etapă a procesului este *compresia axială* (Fig.3.8c) în care dopurile magnetice sunt deplasate simultan spre centrul capcanei (de fapt este vorba de dezactivarea dopurilor laterale și activarea celor mediane). În timpul compresiei axiale, particulele încărcate se ciocnesc cu dopurile magnetice aflate în mișcare, câștigând de la acestea energie *cinetică* (*mecanism Fermi*) și determinând creșterea temperaturii longitudinale și a densității plasmei. La sfârșitul acestor procese plasma va ocupa un volum mai mic, va avea o temperatură cinetică mai mare și se va concentra în zona centrală a capcanei.



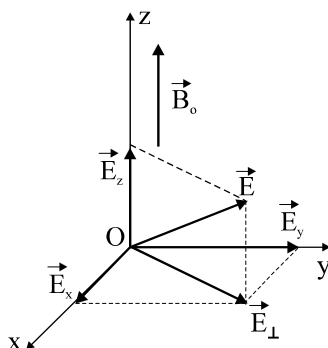
**Fig.3.8** - Compresia adiabatică.

Pentru ca fenomenele să decurgă așa cum au fost descrise mai sus, este necesar ca durata de creștere ( $\tau$ ) a câmpului magnetic să fie mai mare decât perioada precesiei Larmor ( $T_c$ ), pentru ca momentul magnetic să rămână constant și procesul să fie adiabatic. De asemenea, pentru ca procesul să nu fie influențat de ciocniri, trebuie ca durata de creștere a câmpului magnetic să fie mai mică decât timpul mediu dintre două ciocniri ( $\tau_c$ ):

$$\tau_c \gg \tau \gg T_c \quad (3.44)$$

### 3.5 Câmpuri electrice și magnetice statice și omogene

Să considerăm o particulă încărcată care intră într-un câmp magnetic suprapus peste un câmp electric, ambele statice și omogene (Fig.3.9).



**Fig.3.9** – Câmp magnetic încrucișat cu câmp electric.

Ecuția de mișcare a particulei este:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + e(\vec{v} \times \vec{B}_0) \quad (3.45)$$

Având în vedere faptul că axa Oz a fost aleasă în lungul câmpului magnetic, proiectând ecuația de mișcare pe cele trei axe de coordonate, rezultă următoarele ecuații scalare:

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{eE_x}{m} + \frac{eB_0}{m} v_y \quad (3.46)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{eE_y}{m} - \frac{eB_0}{m} v_x \quad (3.47)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = \frac{eE_z}{m} \quad (3.48)$$

Deoarece câmpul electric este static, din ecuația (3.48) rezultă că accelerația particulei în direcția câmpului magnetic este constantă. Deci, *de-a lungul direcției Oz particula va avea o mișcare rectilinie uniform accelerată.*

Pentru analizarea mișcării pe direcția perpendiculară pe câmpul magnetic, vom scrie sub formă complexă expresia vitezei într-un plan perpendicular pe câmpul magnetic:

$$v_{\perp} = v_x + jv_y \quad (3.49)$$

Ținând seama de ecuațiile (3.46) și (3.47), expresia variației în timp a vitezei perpendiculare este:

$$\frac{dv_{\perp}}{dt} = \frac{e}{m}(E_x + jE_y) - j\frac{eB_o}{m}(v_x + jv_y) \quad (3.50)$$

Notând cu  $E_{\perp} = E_x + jE_y$ , obținem ecuația diferențială:

$$\frac{dv_{\perp}}{dt} + j\frac{eB_o}{m}v_{\perp} = \frac{e}{m}E_{\perp} \quad (3.51)$$

Presupunem soluția acestei ecuații diferențiale ca fiind o combinație liniară dintre soluția ecuației omogene și o soluție particulară a ecuației neomogene:

$$v_{\perp} = v_{om} + v_d \quad (3.52)$$

Soluția ecuației omogene:

$$\frac{dv_{om}}{dt} + j\frac{eB_o}{m}v_{om} = 0 \quad (3.53)$$

este:

$$v_{om} = const \cdot e^{-j\frac{eB_o}{m}t} \quad (3.54)$$

care exprimă mișcarea ciclotronică, cu pulsația  $\omega_c = \frac{eB_o}{m}$ , determinată de existența componentei vitezei perpendiculare pe câmpul magnetic.

Din motive de conservare a energiei, soluția particulară a ecuației (3.51) o presupunem de forma unei viteze constante  $v_d$ . Aceasta înseamnă că derivatele în raport cu timpul ale componentelor  $v_x$  și  $v_y$  ale vitezei sunt nule. Cu această condiție, din ecuațiile (3.47) și (3.46) rezultă expresiile celor două componente:

$$v_x = \frac{E_y}{B_o} = \frac{E_y B_o}{B_o^2} \quad (3.55)$$

$$v_y = -\frac{E_x}{B_o} = -\frac{E_x B_o}{B_o^2} \quad (3.56)$$

Cu aceste componente, expresia vectorială a soluției particulare va fi:

$$\vec{v}_d = \vec{e}_x v_x + \vec{e}_y v_y = \vec{e}_x \frac{E_y B_o}{B_o^2} - \vec{e}_y \frac{E_x B_o}{B_o^2} \quad (3.57)$$

Analizând atent expresia (3.57) vom observa că numărătorii termenilor din partea dreaptă reprezintă componentele produsului vectorial  $\vec{E} \times \vec{B}_o$ . Așadar:

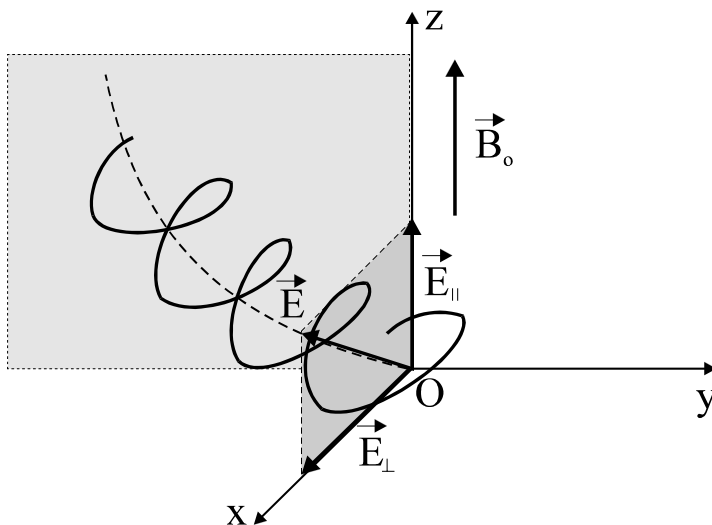
$$\vec{v}_d = \frac{\vec{E} \times \vec{B}_o}{B_o^2} \quad (3.58)$$

Se poate observa că această viteză este perpendiculară pe planul determinat de vectorii câmp electric-câmp magnetic și ea nu depinde de semnul sarcinii.

Pentru că toate sarcinile, indiferent de semnul lor, se vor deplasa în aceeași direcție, această viteză a fost denumită *viteză de drift* a plasmei.

În **concluzie**, având în vedere expresiile (3.48), (3.54) și (3.58) ale componentelor vitezelor particulei, se poate afirma că mișcarea particulelor încărcate în câmpuri electrice și magnetice statice și omogene este rezultatul compunerii a trei mișcări: **(a)** o mișcare *rectilinie uniform accelerată* în direcția câmpului magnetic; **(b)** o mișcare *circulară uniformă* în jurul liniilor de câmp magnetic (mișcarea ciclotronică); **(c)** o *mișcare de drift*, într-o direcție perpendiculară pe planul determinat de vectorii câmp electric și magnetic. În timp ce sensul primelor două mișcări este funcție de semnul sarcinii, viteza de drift are același sens indiferent de tipul de particulă încărcată.

În Fig.3.10 este exemplificată traiectoria unei astfel de mișcări, pentru o particulă pozitivă. Pentru simplificare, direcția câmpului electric a fost aleasă în planul xOz.



**Fig.3.10** – Driftul plasmei în câmpuri încrucișate.

Pentru că plasma în ansamblul ei se va deplasa în aceeași direcție, câmpurile electrice și magnetice încrucișate se folosesc pentru *extragerea jetului de plasmă* din incintele în care sunt generate.

### 3.6 Câmp electric alternativ în prezența ciocnirilor

Dacă se consideră un electron într-un câmp electric alternativ de forma  $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j\omega t}$ , mișcarea având loc în prezența ciocnirilor lui cu particulele neutre, caracterizată frecvența este  $\nu_c$ , atunci ecuația lui de mișcare este:

$$m_e \frac{d\vec{v}_e}{dt} = -e\vec{E}_0 e^{j\omega t} - \nu_c m_e \vec{v}_e \quad (3.59)$$

Rezolvarea acestei ecuații conduce la o soluție de forma:

$$\vec{v}_e(t) = \frac{-e\vec{E}}{m_e(\nu_c + j\omega)} \quad (3.60)$$

în care s-a neglijat un termen de forma  $\vec{C}e^{-\nu_c t}$ , care se anulează rapid în timp în cazul unei frecvențe mari de ciocnire.

Ținând seama de relațiile care definesc mobilitatea electronilor și densitatea de curent electronic:

$$\vec{v}_e = -\mu_e \vec{E} \quad (3.61)$$

$$\vec{j}_e = -n_e e \vec{v}_e = n_e e \mu_e \vec{E} \quad (3.62)$$

$$\vec{j}_e = \sigma_e \vec{E} \quad (3.63)$$

în care  $n_e$  este densitatea de electroni, și de relația (3.60), rezultă pentru conductibilitatea electronică,  $\sigma_e$ , o expresie de forma:

$$\sigma_e = \sigma_{er} + j\sigma_{ei} \quad (3.64)$$

în care:

$$\sigma_{er} = \frac{n_e e^2}{m_e} \frac{\nu_c}{\nu_c^2 + \omega^2} \quad (3.65)$$

și

$$\sigma_{ei} = -\frac{n_e e^2}{m_e} \frac{\omega}{\nu_c^2 + \omega^2} \quad (3.66)$$

Această formă a conductibilității gazului îi conferă acestuia o impedanță electrică complexă, compusă dintr-o parte rezistivă și o parte reactivă. Se poate observa că dacă se face raportul celor două conductibilități rezultă o funcție numai de frecvența câmpului și frecvența de ciocnire. Măsurându-se cele două componente ale conductibilității la o frecvență cunoscută a câmpului, se va putea calcula frecvența de ciocnire  $\nu_c$ , deci și secțiunea eficace de ciocnire corespunzătoare acestui proces. Totodată, din punct de vedere electric, gazului ionizat i se poate atribui o admitanță complexă de forma:

$$\bar{Y}_g = \frac{1}{\bar{Z}_g} = \xi \frac{n_e e^2}{m_e} \frac{\nu_c}{\nu_c^2 + \omega^2} - j\psi \frac{n_e e^2}{m_e} \frac{\omega}{\nu_c^2 + \omega^2} \quad (3.67)$$

în care  $\xi$  și  $\psi$  sunt constante care depind în primul rând de geometria incintei de descărcare.

Partea rezistivă a impedanței este responsabilă de energia absorbită de electroni de la câmpul electric alternativ, puterea absorbită de unitatea de volum de gaz (densitatea de putere) prin intermediul electronilor fiind:



$$p_{\approx} = \frac{1}{T} \int_0^T j_{er} E_r dt = \frac{1}{T} \int_0^T \sigma_{er} E_r^2 dt = \frac{n_e e^2 E_o^2}{2m_e} \frac{\nu_c}{\nu_c^2 + \omega^2} \quad (3.68)$$

Analizând relația (3.68), se pot face două observații interesante:

- în absența ciocnirilor ( $\nu_c = 0$ ), energia absorbită de gaz de la câmpul electric alternativ este nulă, de unde rezultă rolul ciocnirilor în acest proces.

- energia absorbită de gaz de la câmpul electric alternativ este maximă atunci când  $\omega = \nu_c$ .

Pe de altă parte, comparând densitatea de putere absorbită de la câmpul alternativ cu cea absorbită de la un câmp continuu ( $\omega = 0$ ):

$$p_{=} = j_e E_{=} = \frac{n_e e^2}{m_e \nu_c} E_{=}^2 \quad (3.69)$$

se poate introduce noțiunea de *câmp efectiv*:

$$E_{ef}^2 = \frac{1}{2} \frac{\nu_c^2}{\nu_c^2 + \omega^2} E_o^2 \quad (3.70)$$

La presiuni mai ridicate și frecvențe mari, mecanismul străpunerii este mai simplu decât în curent continuu deoarece nu este necesară prezența proceselor de emisie secundară. Condiția de străpungere rezultă din ecuația de conservare:

$$\frac{dn_e}{dt} = \left( \frac{dn_e}{dt} \right)_{c\acute{a}\acute{s}tiguri} - \left( \frac{dn_e}{dt} \right)_{pierderi} = 0 \quad (3.71)$$

Câștigurile se datorează proceselor de ionizare iar pierderile, fenomenelor de difuzie și recombinare. Pentru ca plasma să poată fi întreținută în absența unui agent de ionizare extern, doar în prezența câmpului electric de radiofrecvență, este necesar ca energia dobândită de un electron între două ciocniri succesive ionizante să fie cel puțin egală cu energia de ionizare a atomilor sau moleculelor gazului "materie primă".

Dacă se introduc notațiile:

$D$  - coeficientul de difuzie

$\nu_r$  - frecvența de recombinare

$\nu_i$  - frecvența ciocnirilor ionizante

$\Lambda$  - lungimea caracteristică de difuzie

atunci, condiția de străpungere (3.71) devine:

$$\left[ (\nu_i - \nu_r) - \frac{D}{\Lambda^2} \right] n_e = 0 \quad (3.72)$$

La presiuni mai mici procesele de atașare electronică pot fi neglijate ( $\nu_r \ll \nu_i$ ) și condiția de străpungere devine:

$$v_i - \frac{D}{\Lambda^2} = 0 \quad (3.73)$$

Dacă se ține seama de faptul că frecvența de ionizare, care poate fi exprimată din relația (3.68) ( $v_i = p_{\approx} / n_e e V_i$ ) și coeficientul de difuzie, definit în teoria cinetică a gazelor, sunt date de relațiile:

$$v_i = \frac{eE_o^2}{2m_e V_i} \frac{v_c}{v_c^2 + \omega^2} \quad (3.74)$$

$$D = \frac{1}{3} \langle v_e \rangle \langle \lambda_e \rangle \quad (3.75)$$

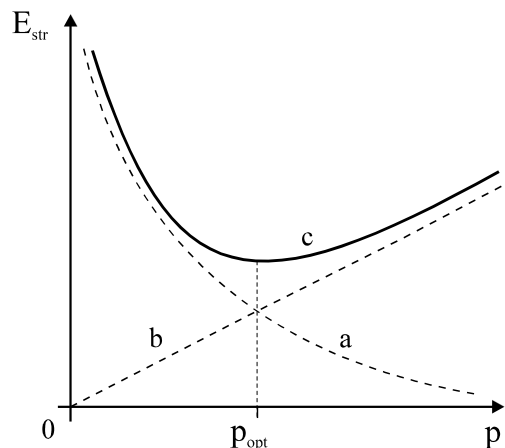
în care  $V_i$  este potențialul de ionizare al particulelor neutre, iar  $\langle v_e \rangle$  și  $\langle \lambda_e \rangle$  sunt viteza medie și drumul liber mediu al electronilor, atunci termenul din dreapta al relației (3.73) devine:

$$\frac{eE_o^2 v_c}{2m_e V_i (v_c^2 + \omega^2)} = \frac{\langle v_e \rangle \langle \lambda_e \rangle}{3\Lambda^2} \quad (3.76)$$

Dacă, în continuare, se ține seama de faptul că frecvența de ciocnire este proporțională cu presiunea ( $v_c \propto p$ ), și că energia medie a electronilor,  $W_e = m_e v_e^2 / 2$ , trebuie să fie de același ordin de mărime cu energia de ionizare (pentru ca ionizarea prin ciocnire să poată avea loc) atunci, pentru un gaz dat și pentru  $\omega \gg v_c$ , rezultă:

$$E_o p \Lambda = const \times \omega \quad (3.77)$$

Aceasta înseamnă că, pentru o frecvență dată, dependența dintre intensitatea câmpului de străpungere și presiune este cea prezentată în Fig.3.11, curba a.



**Fig.3.11** - Câmpul de străpungere în funcție de presiunea gazului.

La presiuni mai ridicate se pot neglija pierderile prin difuzie, deoarece ciocnirile devin preponderente, și condiția de străpungere (3.72) devine:

$$v_i = v_r \quad (3.78)$$

și, deoarece  $v_r$  este proporțională cu presiunea gazului, condiția de străpungere devine o relație de forma:

$$E/p = \text{const.} \quad (3.79)$$

care este reprezentată grafic prin dreapta **b** din Fig.3.11.

Ținând seama de comportările gazului în cele două situații (la presiuni mai coborâte, respectiv mai ridicate), dependența calitativă a intensității câmpului de străpungere de presiunea gazului este reprezentată de curba **c** din Fig.3.11. Se poate observa că ea prezintă un minim, presiunea corespunzătoare lui reprezentând presiunea optimă la care amorsarea și întreținerea descărcării într-un câmp de radiofrecvență se poate realiza cu un consum minim de energie. De regulă, în aceste condiții optime, pulsația câmpului de radiofrecvență este egală cu frecvența de ciocnire ( $\omega = \nu_c$ ) și energia absorbită de gaz de la câmpul electric este maximă (vezi relația (3.68)).

### 3.7 Câmp electric alternativ și câmp magnetic static

În capitolul precedent am subliniat importanța pentru plasmă a prezenței câmpurilor magnetice exterioare. De aceea vom considera acum că peste câmpul electric alternativ se aplică și un câmp magnetic static și omogen pe direcția Oz. Evident ecuația de mișcare (3.59) trebuie completată cu termenul corespunzător forței Lorentz:

$$m_e \frac{d\vec{v}_e}{dt} = -e\vec{E}_o e^{j\omega t} - e(\vec{v} \times \vec{B}_o) - \nu_c m_e \vec{v}_e \quad (3.80)$$

Admițând pentru viteză o soluție de tip armonic, proiectând ecuația precedentă pe cele trei axe de coordonate și ținând seama de expresia pulsației ciclotronice, se obține următorul sistem de ecuații:

$$(j\omega + \nu_c)v_x + \omega_c v_y = -\frac{e}{m_e} E_{ox} \quad (3.81)$$

$$(j\omega + \nu_c)v_y - \omega_c v_x = -\frac{e}{m_e} E_{oy} \quad (3.82)$$

$$(j\omega + \nu_c)v_z = -\frac{e}{m_e} E_{oz} \quad (3.83)$$

ale cărui soluții sunt:

$$v_x = -\frac{e}{m_e} \left[ \frac{v_c + j\omega}{(v_c + j\omega)^2 + \omega_c^2} E_{ox} - \frac{\omega_c}{(v_c + j\omega)^2 + \omega_c^2} E_{oy} \right] \quad (3.84)$$

$$v_y = -\frac{e}{m_e} \left[ \frac{\omega_c}{(v_c + j\omega)^2 + \omega_c^2} E_{ox} + \frac{v_c + j\omega}{(v_c + j\omega)^2 + \omega_c^2} E_{oy} \right] \quad (3.85)$$

$$v_z = -\frac{e}{m_e} \frac{1}{v_c + j\omega} E_{oz} \quad (3.86)$$

Din analiza acestor soluții se poate observa că viteza electronului în direcția câmpului magnetic nu este influențată de acesta.

Soluțiile (3.84)-(3.86) se pot scrie și tensorial, într-o formă mai condensată:

$$v_i = \mu_{ij} E_j \quad (i, j = x, y, z) \quad (3.87)$$

$\mu_{ij}$  fiind tensorul mobilității complexe, cu următoarele componente:

$$\mu_{xx} = \mu_{yy} = -\frac{e}{m_e} \frac{v_c + j\omega}{(v_c + j\omega)^2 + \omega_c^2} \quad (3.88)$$

$$\mu_{xy} = -\mu_{yx} = -\frac{e}{m_e} \frac{\omega_c}{(v_c + j\omega)^2 + \omega_c^2} \quad (3.89)$$

$$\mu_{zz} = -\frac{e}{m_e} \frac{1}{v_c + j\omega} \quad (3.90)$$

$$\mu_{xz} = \mu_{zx} = \mu_{yz} = \mu_{zy} = 0 \quad (3.91)$$

Deci, se poate observa că *într-un câmp electric alternativ și un câmp magnetic static plasma devine un mediu anizotrop din punct de vedere al proprietăților sale electrice.*

Calculând energia puterea absorbită de electronii din unitatea de volum, se obține expresia:

$$p_{\approx} = \frac{n_e v_c e^2}{4m_e} \left[ \frac{1}{(\omega + \omega_c)^2 + v_c^2} + \frac{1}{(\omega - \omega_c)^2 + v_c^2} \right] E_o^2 \quad (3.92)$$

din care, prin comparație cu energia absorbită numai de la un câmp continuu ( $\omega = 0, \omega_c = 0$ ):

$$p_{=} = \frac{n_e e^2}{m_e v_c} E_{=}^2 \quad (3.93)$$

se obține expresia câmpului electric efectiv:

$$E_{ef}^2 = \frac{v_c^2}{4} \left[ \frac{1}{(\omega + \omega_c)^2 + v_c^2} + \frac{1}{(\omega - \omega_c)^2 + v_c^2} \right] E_o^2 \quad (3.94)$$

Prezența câmpului magnetic are un efect pronunțat de creștere a câmpului electric efectiv mai ales la presiuni joase, acolo unde frecvența de ciocnire poate deveni mult mai mică decât frecvența câmpului electric și mai ales atunci când se lucrează în condiții apropiate de rezonanță ( $\omega \cong \omega_c$ ). În aceste condiții termenul al doilea din paranteză devine foarte mare, contribuind la mărirea eficienței de transfer energetic de la câmpul electric spre electroni. Fizic, aceasta se explică prin aceea că amplitudinea oscilației electronilor și viteza lor într-un plan perpendicular pe câmpul magnetic cresc în timp, limitate fiind doar de ciocnirile cu atomii gazului sau cu pereții incintei de descărcare.

Sintetizând ideile mai importante din cele prezentate în paragrafele precedente, se poate concluziona că, în funcție de presiunea gazului "materie primă" și de frecvența câmpului electric care furnizează energia necesară amorțirii și menținerii stării de plasmă, străpungerea gazului poate fi controlată de trei mecanisme de bază: difuzie, mobilitate și generarea de electroni secundari la electrozi sau în urma impactului cu pereții incintei de descărcare.

La *presiuni și frecvențe foarte joase* străpungerea în câmp alternativ este foarte asemănătoare, până la analogie, cu străpungerea în curent continuu și de aceea nu vom insista asupra ei.

La *presiuni joase și frecvențe mari*, atunci când drumul liber mediu al electronilor este mare în comparație cu dimensiunile incintei de descărcare și probabilitatea de ionizare prin ciocnire electron-atom este mică, străpungerea gazului este controlată de *emisii secundare de electroni* de pe suprafața electrozilor (dacă descărcarea este în contact cu ei) sau a incintei în care se află gazul "materie primă". În acest caz este necesar ca semiperioada oscilațiilor să fie mai mare decât timpul necesar electronilor să parcurgă distanța dintre electrozi sau dintre pereți, astfel încât mișcarea electronilor între cele două suprafețe să fie în fază cu câmpul, iar energia cinetică dobândită de ei să fie suficient de mare pentru a produce emisia electronică secundară la impact electronic. De aceea, intensitatea câmpului de străpungere depinde aproape în exclusivitate de natura materialului electrozilor sau incintei și de geometria constructivă a acesteia. Dacă peste câmpul electric se suprapune un câmp magnetic constant, suficient de intens pentru ca electronii să revină în locul unde au fost generați cu energia necesară emisiei secundare, atunci este posibil ca aprinderea descărcării să fie controlată doar de prezența electronilor secundari la un singur electrod sau la un singur perete.

La *presiuni mai mari* (aprox.  $10^{-2}$  torr), atunci când frecvența de ciocnire devine mult mai mare decât frecvența câmpului și amplitudinea oscilației

electronilor devine comparabilă cu dimensiunile incintei de descărcare, apare un nou mecanism de pierdere a electronilor datorită ciocnirii în fiecare semiperioadă a norului de electroni care se formează cu pereții acesteia. În aceste condiții intensitatea câmpului electric necesar amorsării plasmii trebuie să fie mai mare pentru a compensa acest mecanism de pierdere iar străpungerea va fi în principal controlată de *mobilitatea electronilor*.

La *presiuni mai mari de  $10^{-2}$  torr* și frecvențe din domeniul radio sau microundelor, atunci când drumul liber mediu al electronilor și amplitudinea oscilațiilor sunt mici în comparație cu dimensiunile incintei de descărcare, străpungerea gazului este determinată de fenomenul de *difuzie* a electronilor. Apariția descărcării staționare este condiționată de stabilirea echilibrului dinamic între generarea de electroni prin ionizarea gazului de către electronii accelerați în câmpul electric și scăderea numărului lor datorită difuziei (pierderile prin recombinare sunt semnificative doar în cazul concentrațiilor mari de sarcină). Experimental s-a constatat că mărirea distanței dintre electrozi în anumite limite poate conduce la o micșorare a intensității câmpului electric necesar amorsării descărcării deoarece crește probabilitatea ca un electron să ionizeze un atom înainte ca el să difuzeze la pereții incintei. De asemenea, mai ales la presiuni mai coborâte (limita inferioară a domeniului precizat), suprapunerea unui câmp magnetic static peste câmpul electric alternativ are ca rezultat o micșorare a coeficientului de difuzie cu un factor  $v_c^2 / (v_c^2 + \omega_c^2)$ , și deci o reducere a câmpului necesar străpungerii.