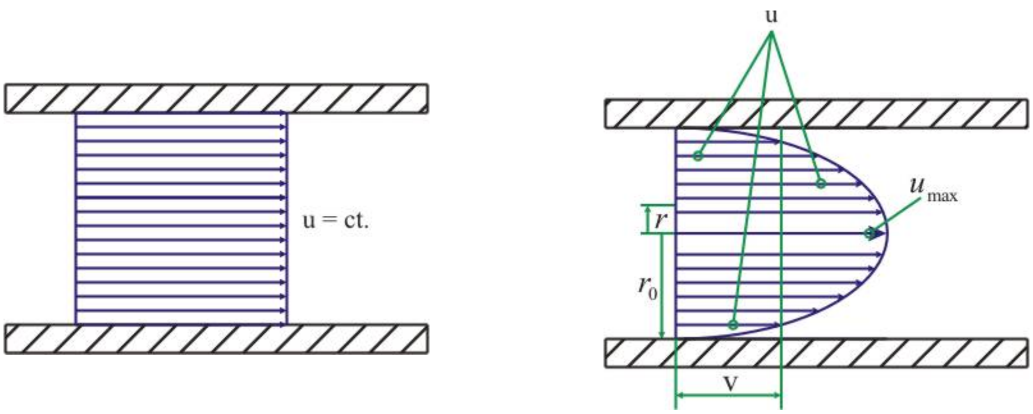
Mişcarea laminară a fluidelor reale

Se prezintă aspecte legate de calculul vitezei şi al debitului de fluid.



În figura din stânga se prezintă distribuţia de viteze a fluidului dintr-o conductă circulară dreaptă în cazul mişcării fluidului ideal.

Nu există frecări şi ca urmare distribuţia de viteze este constantă.

În figura din dreapta se prezintă distribuţia de viteze a fluidului dintr-o conductă circulară dreaptă în cazul mişcării laminare a fluidului real.

Particulele de fluid curg în straturi paralele cu axa conductei.

Distribuţia de viteze este parabolică, având un maxim în axul conductei.

Scriind condiţia referitoare la forţele ce acţionează asupra unui fluid în mişcare (forţe de presiune F_p si forţe de frecare F_f) se deduce valoarea vitezei din axul conductei u_{max}:

$$u_{max} = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} \cdot r_0^2$$

în care $p_1 - p_2$ este diferenţa de presiune între punctul 1 situat în amonte şi punctul 2 situat în aval iar η este vâscozitatea dinamică ce produce frecările.

Dacă η creste $\Rightarrow u_{max}$ scade.

Pentru o rază *r* oarecare viteza stratului de fluid este: $u = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} \cdot r^2$

Se observă că variaţia de viteză pe verticală depinde numai de rază si nu depinde de tipul de fluid.

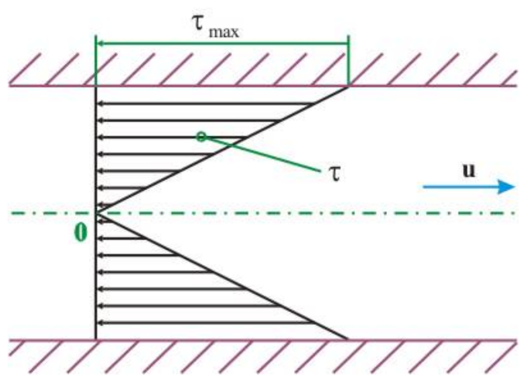
Viteza medie în secţiunea transversală este: $v = \frac{u_{max}}{2} = \frac{p_1 - p_2}{8\eta l} \cdot r_0^2$

valoare ce se utilizează în relația lui Bernoulli.

Calculul **efortului tangențial** se efectuează pornind de la formula lui Newton:

$$\tau = \eta \frac{du}{dr} = \eta 2 \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} \cdot r = \frac{p_1 - p_2}{2l} r$$

Când raza curentă r devine egală cu raza interioară a conductei r_0 frecările devin maxime la contactul cu suprafața solidă şi ca urmare:



$$\tau_{max} = \frac{p_1 - p_2}{2l} \cdot r_0$$

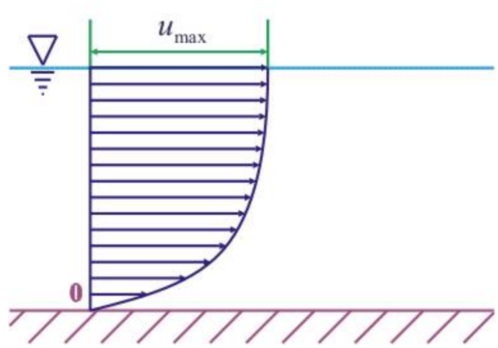
Pentru calculul **debitului** corespunzător unei mişcări permanente se foloseşte ecuația de continuitate:

$$Q = vS = \frac{p_1 - p_2}{8\eta l} r_0^2 \cdot \pi r_0^2$$

şi efectuând simplificările necesare se obține formula finală a debitului volumic:

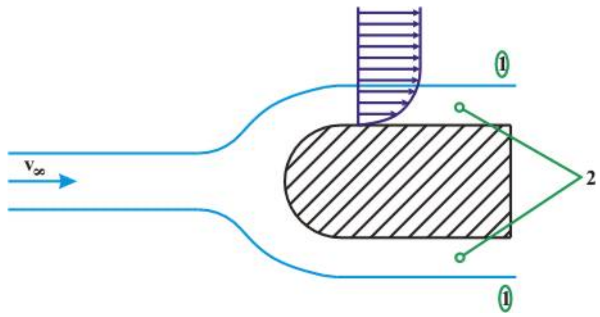
$$Q = \pi \frac{p_1 - p_2}{8\eta l} r_0^4$$

În cazul unei curgeri cu suprafață liberă se obține o distribuție parabolică cu un maxim al vitezei pe suprafața liberă, deoarece frecarea cu stratul de aer superior frânează cel mai puțin lichidul.



Teoria stratului limită

Stratul limită este stratul de fluid din imediata vecinătate a unui corp solid în care se manifestă foarte intens efectul eforturilor tangențiale şi în care se produce o variație accentuată a vitezei fluidului.

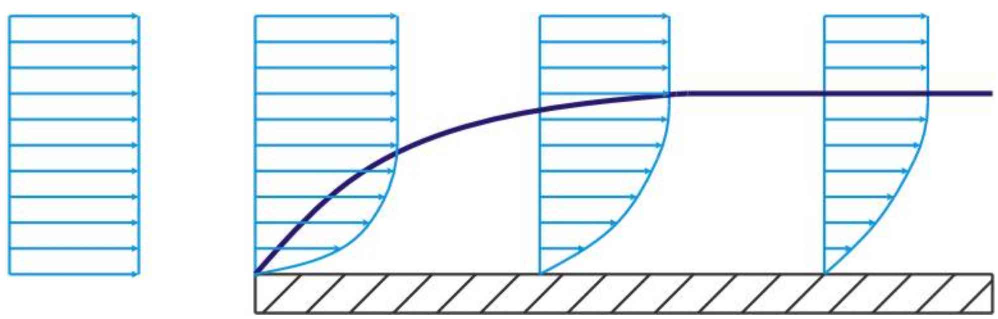


1-zona curentului exterior

2-zona stratului limită

Grosimea stratului limită este dată de distanța măsurată la suprafața exterioară a corpului solid, perpendiculară pe acesta, până la care viteza diferă cu *1%* față de viteza curentului exterior.

Evoluția distribuției de viteze în stratul limită produs de o suprafață deasupra unei plăci plane se produce ca în figura:



Desprinderea stratului limită şi formarea vârtejurilor (cazul unui cilindru circular drept orizontal).

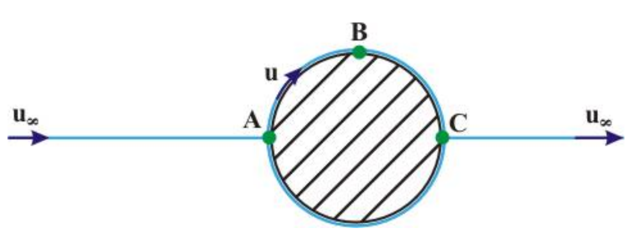


figura a

figura b

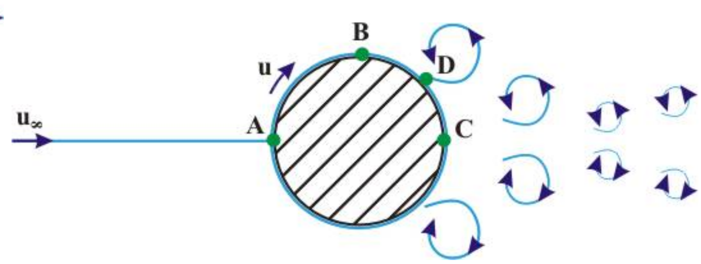


Figura a corespunde curgerii fluidului ideal.

Fluidul care vine inițial cu o energie cinetică spre punctul *A*, pe măsura apropierii de acest punct își transformă energia cinetică în energie de presiune. Apoi fluidul alunecă fără frecări pe conturul solid până în *B*, unde are din nou o energie cinetică maximă și energie de presiune nulă. Lucrurile se petrec în continuare simetric iar la depărtarea de corp energia de presiune se transformă din nou în energie cinetică.

Fluidul evoluează fără frecări pe contur astfel încât energia își menține valoarea maximă inițială.

Figura b corespunde curgerii fluidului real.

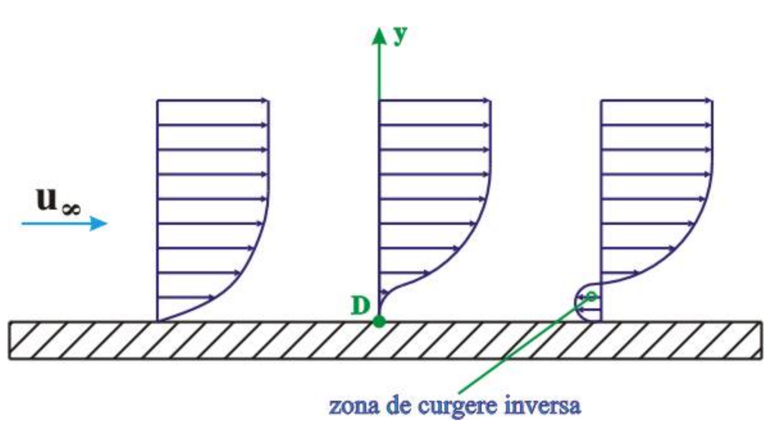
Energia cinetică se transformă în energie de presiune către punctul *A*; se deplasează fluidul cu frecări până în *B,* în care viteza scade și apoi către *D,* astfel încât în *D* nu mai are viteză suficientă pentru a urma conturul solid al corpului. Fluidul întâlnește o zonă de presiune ridicată și ca urmare se produce desprinderea fluidului de corpul solid.

Ca urmare particula fluidă este împinsă către curentul de fluid exterior. Acesta reintroduce particula fluidă în stratul limită și se formează astfel un vârtej care evoluează către aval, formându-se așa numitele dâre hidrodinamice sau aerodinamice (care se mai numesc și dâre turbionare).

În mod practic, pentru a obține corpuri cu coeficienți de rezistență la înaintare mici, se determină experimental repartiția de presiuni pe suprafața exterioară a corpului, se calculează integrala presiunii pe întreaga suprafață și se determină în final coeficientul de rezistență la înaintare.

Se modelează suprafața exterioară, experimental sau prin simulare numerică cu calculatorul, până la obținerea coeficientului de rezistență la înaintare minim.

Condiția de desprindere a stratului limită



Conform figurii anterioare, desprinderea se produce în punctul D, pentru care distribuția de viteze devine tangentă la axa verticală Oy, perpendiculară pe suprafața solidă a corpului.

Acest lucru se poate exprima matematic sub forma:

$$\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_D = 0$$

Mişcările efluente ale fluidelor

Se produc în cazul curgerii unui fluid dintr-un anumit recipient printr-un dispozitiv, într-un alt spațiu ocupat de un alt fluid.

Se deosebesc: curgeri prin orificii, prin ajutaje, prin injectoare şi peste deversoare.

Ajutajele sunt dispozitive care se montează în zona de evacuare a fluidelor pentru creşterea debitului.

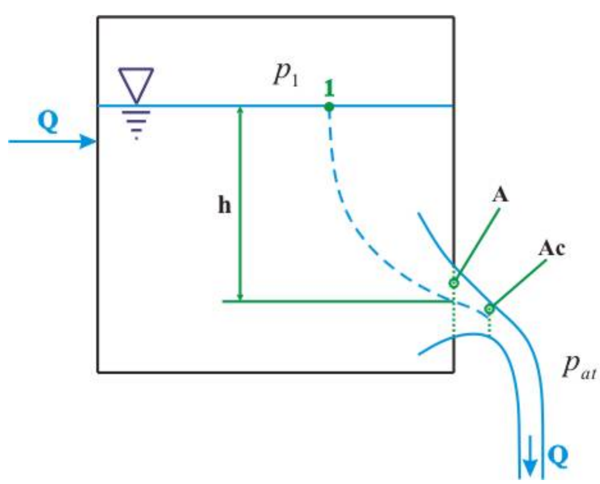
Injectoarele realizează jeturi de fluid cu energie cinetică mare.

Deversoarele evacuează fluidul prin partea superioară a unei incinte.

Problemele care se pun la curgerea prin orificii sunt de obicei determinarea vitezei şi al debitului evacuat.

Se va calcula separat, în final, considerând mişcarea nepermanentă, timpul de golire unui rezervor.

1.Curgrea fluidelor prin orficii mici, în pereți subțiri, sub sarcină constantă.



Se aplică relația lui Bernoulli între punctele (1) şi (2) pentru un fluid real. Se consideră că fluidul este real şi deci apar pierderi de energie.

Se calculează pierderile locale de sarcină hidraulică la ieşirea prin orificiu în funcție de coeficientul de pierdere locală de sarcină ξ cu formula:

$$h_e = \xi \cdot \frac{v_2^2}{2g}$$

Prin înlocuire în relația lui Bernoulli se obține:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + h_e$$

$$\left.\begin{array}{l} z_1 = h \\ S_1 \quad \text{este mare} \\ Q = ct = v_1 S_1 \end{array}\right\} \Rightarrow v_1 = \frac{Q}{S_1} \text{ este mică} \Rightarrow v_1^2 \cong 0$$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{\gamma} + h = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_{atm}}{\gamma} + \xi \frac{v_2^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad (1+\xi)\frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_1 - p_{atm}}{\gamma} + h$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{1}{1+\xi}} \cdot \sqrt{\left(\frac{p_1 - p_{atm}}{\gamma} + h\right)2g} \quad \Rightarrow \quad v_2 = \varphi \cdot \sqrt{2g\left(\frac{p_1 - p_{atm}}{\gamma} + h\right)}$$

în care φ este coeficientul de viteză.

- pentru fluidul ideal $\varphi = 1 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2g\left(\frac{p_1 - p_{atm}}{\gamma} + h\right)}$
- pentru rezervor deschis $p_1 = p_{atm} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$
- în cazul unui gaz $h = 0 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2g\frac{p_1 - p_{atm}}{\rho g}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2\frac{p_1 - p_{atm}}{\rho}}$

Debitul volumic se obține utilizând ecuația de continuitate:

$$Q = v_2 \cdot S_2 = v_2 \cdot A_c = v_2 \cdot A \cdot \frac{A_c}{A}$$

Se face notația: $\frac{A_c}{A} = \varepsilon$ numit coeficientul de strangulare al secțiunii.

Se face notația $\varepsilon \cdot \varphi = \mu$, coeficientul de debit al orificiului şi rezultă:

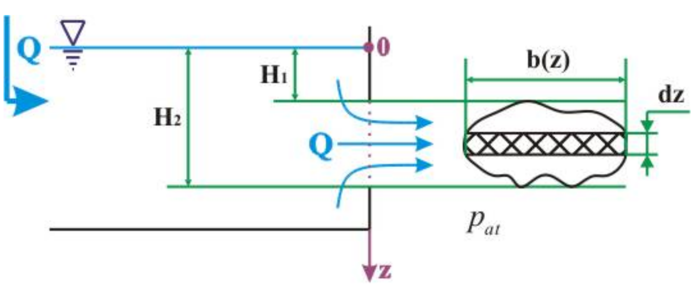
$$Q = \mu A \cdot \sqrt{2g\left(\frac{p_1 - p_{atm}}{\gamma} + h\right)}$$

Cu cât presiunea gazului din rezervor situat deasupra lichidului p_1 este mai mare, eventual adâncimea lichidului din rezervor h este mai mare, cu atât se evacuează din rezervor un debit mai mare de lichid.

În funcție de modul de prelucrare al orificiului, coeficientul de debit se poate mări şi ca urmare debitul evacuat creşte.

2.Curgerea fluidelor prin orificii mari, în pereți subțiri, sub sarcină constantă

Deoarece viteza unui strat de fluid oarecare orizontal evacuat prin orificiul mare este funcție de variabila z, se calculează inițial debitul infinitezimal evacuat şi apoi debitul total prin integrare, după cum urmează:



$$dS = b(z) \cdot dz$$
$$dQ = v \cdot dS$$
$$dQ = \varphi\sqrt{2gz} \cdot b(z) \cdot dz$$

$$Q = \int_{H_1}^{H_2} \varphi\sqrt{2gz} \cdot b(z) \cdot dz = \varphi\int_{H_1}^{H_2} \sqrt{2gz} \cdot b(z) \cdot dz$$

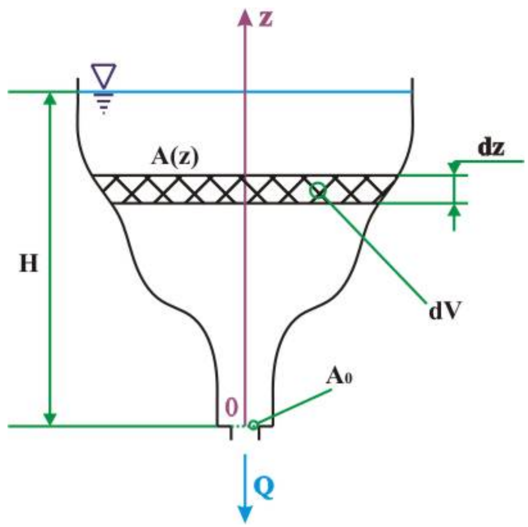
- pentru un orificiu dreptunghiular:

  $b(z) = B = ct$

şi integrala se poate calcula:

$$Q = \varphi B\sqrt{2g}\int_{H_1}^{H_2} z^{\frac{1}{2}} dz \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{2}{3}\varphi B\sqrt{2g}\left(H_2 - H_1\right)^{\frac{3}{2}}$$

Calculul timpului de golire al unui rezervor (în mişcare nepermanentă)



Fiind un caz de mişcare nepermanentă, mărimile se schimbă în timp.

Se egalează volumul infinitezimal scurs din rezervor în intervalul de timp *dt* cu volumul ce dispare din rezervor prin coborârea suprafeței libere cu *dz*:

$$dV = Qdt = -A(z)\cdot dz$$

$$\mu A_0\sqrt{2gz}\,dt = -A(z)\cdot dz$$

$$dt = -\frac{1}{\mu A_0\sqrt{2g}}\frac{A(z)}{\sqrt{z}}\cdot dz$$

$$\Rightarrow \int_o^T dt = -\frac{1}{\mu A_0\sqrt{2g}}\int_H^o \frac{A(z)}{\sqrt{z}}\cdot dz \quad \Rightarrow T = \frac{1}{\mu A_0\sqrt{2g}}\int_0^H \frac{A(z)}{\sqrt{z}}\cdot dz$$

- pentru un rezervor cilindric : $A(z) = \frac{\pi D^2}{4} = ct \qquad A_0 = \frac{\pi d_0^2}{4}$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{\mu\sqrt{2g}}\frac{4}{\pi d_0^2}\frac{\pi D^2}{4}\int_0^H z^{-\frac{1}{2}}dz$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{2}{g}}\left(\frac{D}{d_0}\right)^2\sqrt{H}$$

Deci timpul total de golire a rezervorului cilindric, plin inițial până la înălțimea H, este:

$$T = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{D}{d_0}\right)^2\sqrt{\frac{2H}{g}}$$